

電腦適性化微積分學習平台

Computer Adaptive Learning Platform for Calculus

張勝麟，鄭淑真*

南臺科技大學 資訊工程系

* kittyc@stust.edu.tw

【摘要】 本研究提出建立電腦適性微積分學習平台的構想並呈現一些初步的學習測驗數據，以能力加值為核心來提升學生的學習成效上，它能做即時測驗學生學習成果，蒐集、分析及檢核學生學習狀況，並給學生適性化的測驗教材，最後紀錄及分析學生的學習歷程，並可適時將資料傳給老師，讓老師能及時掌握每位學生的學習狀況，這樣的學習平台模式，相信將對學生的學習效果有很大的幫助。

【關鍵字】 適性化測驗；電腦適性化學習；學習歷程

Abstract: In this study, we proposed the idea of establishing computer adaptive learning platform for Calculus and some of the test data will be presented. The platform analyzes students' abilities so that it can enhance the learning effect. It can give students tests immediately after learning and collect, examine and check students' learning situation. By giving students adaptive teaching materials for testing and analyzing students' learning portfolio, we can sent the information to the teacher right away so that he can adjust the teaching materials for students accordingly. We believe that this learning platform will be a great help for students to learn Calculus.

Keywords: adaptive testing, computer adaptive learning, learning portfolio

1. 前言

近年來，智慧型手機及平板電腦的使用者已非常普及，因此我們想利用電腦科技的技術來建立一套電腦適性化微積分學習平台，不只可測驗學生的學習效果，也可針對個別學生的學習狀況給予診斷，並適時適性的給予評量考卷及學習輔導資料，其中有多媒體教材，視覺化教材等，不但可增加學生的學習成效也可減輕老師的輔導工作。

在(傅遠智, 2015) 文中提到以能力加值為核心提升學生學習成效，其中以美國普渡大學所推行的課程訊號系統為例。系統運作的概念是每二到三週課程結束後，透過線上測驗或課堂上進行評量蒐集的資料，給每名學生一個報告，而這個報告就會明確告知學生在哪一個專業知識的概念上未能精熟，而必須尋求教學助理的輔導，才能進入到下一個學習階段。如此老師或教學助理就能在同一時間清楚知道學生需輔導的「特定」觀念為何，以提高輔導的成效。而我們要建立的智慧型電腦適性化學習平台，將用電腦來輔助教學，不只達到課程訊號系統的要求，也將提供學生適性化的教材及測驗練習，讓學生能自主練習，達到能力加值的效果。

2. 相關背景介紹

2.1. 試題反應理論 (Item Response Theory)

我們利用 G. Rasch 提出的“Rasch 模型”： $p(\theta) = e^{\theta-b}/(1 + e^{\theta-b})$ ，模型所繪製出的曲線叫做試題特徵曲線 (Item Characteristic Curve, ICC)，其意義在於描述出“成功解答某一試題的可能性”和“學生能力 θ ”之間的關係。當 $p(\theta) = 0.5$ 時 $\theta = b$ ，表示學生能力到達 b 時會有一半的成功機率答對試題，而當 ICC 曲線向右移時，表示學生要有更好的能力才能答對該題，即 b 值要越大，因此可以用 b 值來決定試題的難易度。

2.2. 認知診斷模型 (Cognitive Diagnosis Model, CDM)

認知診斷評量(cognitive diagnostic assessment, CDA)主要的目的是診斷受測者在各項技能是否精熟，而老師可根據施測的結果提供適性的補救教學或建議學習方向。因此，能提供給 CDA 的認知診斷模型就變得很重要，CDM 不同於 IRT 只提供一個廣義的潛在能力，CDM 是利用每一個認知屬性所構成的潛在向量 $\alpha_i = \langle \alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{iK} \rangle$ 來表示第 i 位學生是否精熟這 K 個技能，其中 $\alpha_{ik} = 1$ 表示精熟第 k 個認知技能，反之，則為 0。而每個試題的對應技能可用 Q 矩陣表示， $Q = [q_{jk}]_{JK}$ ， J 為試題數， K 為屬性數，其中 $q_{jk} = 1$ ，若第 j 題需要第 k 的認知技能，否則為 0。

2.3. 電腦適性測驗選題法

拜電腦科技發展之賜，電腦適性測驗 (Computerized adaptive testing, CAT) 已被廣泛使用在測驗評量中，相較於傳統的紙筆測驗，CAT 是可用較少的試題來準確評估學生的一個或多個潛在能力，所以高施測效率是 CAT 的主要優點。為了更有效應用及管理學生的能力，結合 CAT 與 CDM 所發展出的認知診斷電腦適性測驗(cognitive diagnosis computerized adaptive testing, CD-CAT)，已成為新興的測驗模式(Huebner, 2010)。

3. 研究方法

電腦適性化微積分學習平台，主要針對微積分課程，其設計要素為(1)實用的：要建立可長久使用的網路平台，讓學生真正能從該平台增進他的知識及能力，特別是可做適性化的學習，學生能夠自由選擇章節或單元進行學習。(2) 易用的：讓學生在使用時不會太麻煩，呈現相關內容及資料時不會延遲或等待太久，這會讓學習者沒有耐心，而且無時間、地點限制，隨時可學習及做測驗練習。(3) 智慧的：系統有智慧型代理人功能，隨時掌握學生的學習狀況，系統會將資訊傳給老師或教學助理及學生，讓輔導者可適時適性的輔導學生。

這裡我們只介紹考試測驗部分，我們先依課程內容建立單元認知屬性，接著出單元試題並依經驗判斷試題難易度，收入至一般考試測驗的題庫中，而老師可依課程章節或單元選擇測驗內容及題數來做測驗，當學生測驗完後。我們可由學生的答題狀況帶入 Rasch 模型或老師的認知來判斷試題的難易度，以單元 3-2 為例，表 1 為該單元欲測試的認知技能有 8 個，共有 60 題，學生 108 人施測，分四組，每位學生施測 15 題。我們設計如以下的測試考題：

表 1. 單元 3-2：導數運算的認知操作

認知屬性	操作技能
1	會做 e 的極限操作
2	會做對數函數的導數
3	會做指數函數的導數
4	會做三角函數的極限操作
5	會做三角函數的導數
6	會做反三角函數的導數
7	會做雙曲與反雙曲函數的導數
8	了解高階導數及運算

試題 3-2-1. (認知屬性：8，難易度：2)

若 $f(x) = x^2|x|$ ，則下列何者錯誤 (1) $f'(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \geq 0 \\ -3x^2, & x < 0 \end{cases}$ (2) $f''(x) = \begin{cases} 6x, & x \geq 0 \\ -6x, & x < 0 \end{cases}$

(3) $f'''(x) = \begin{cases} 6, & x \geq 0 \\ -6, & x < 0 \end{cases}$ (4) $f^{(4)}(x) = 0, x \neq 0$

試題 3-2-2. (認知屬性：3，難易度：1)

若 $y = xe^x$ ，則 $f'(2) =$ (1) $2e^2$ (2) e^2 (3) $3e^2$ (4) $4e$

每個試題我們會根據題型給認知屬性及難易度，難易度分為 1 為基本題；2 中等試題；3 較難試題。當然老師的認知難易度跟學生作答反應是否一致是我們要探討的問題，我們將學生的答對率在 0~30% 視為難易度 3，在 30%~70% 視為中等，以 2 表示，大於 70% 視為較易的考題，難易度為 1。若老師在某試題的難易度認為 3 但學生反應出的難易度為 2 或 1 的話，表示老師低估學生能力了，反之，表示老師高估學生能力，若二者差 2，表示特別高估或低估，則難易度須做調整。另外，我們也用 Rasch 模型去跟學生答對率做比較，如圖 1 所示，◆ 表學生在各題答對的難易度，對學生而言難度 1 的才 6 題，大多偏難。■ 是由 Rasch 模型做

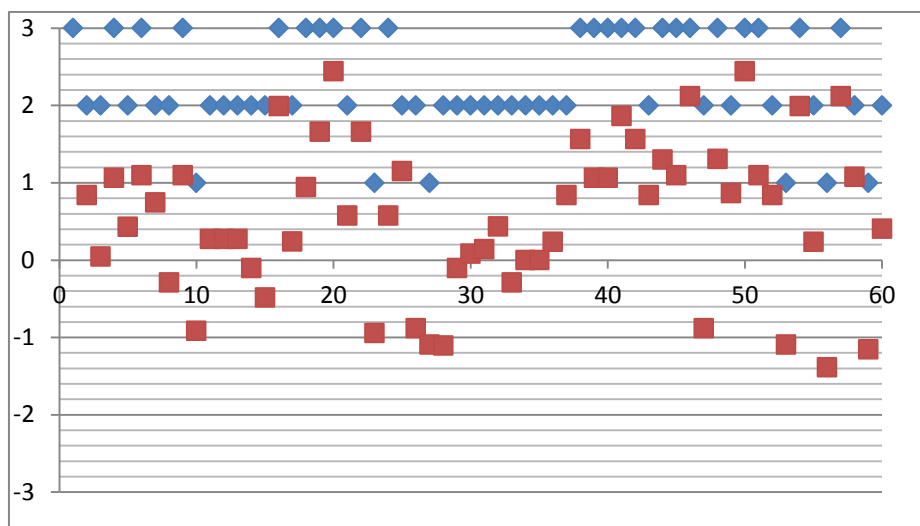


圖 1 Rasch 模型與學生作答比較

出，觀察發現 b 值可區分學生作答難易度，難易度 1，其 b 值約在 -3 到 -1；難易度 2， b 值約在 -1 到 1；難易度 3， b 值約在 1 到 3。Rasch 模型可以讓我們較客觀的調整難易度，由圖 1 可看出單元 3-2 的題目偏難。我們由 Rasch 模型也可同時估出學生的綜合能力值 θ ，但如何知道學生的各認知屬性是否精熟，單元 3-2 的 Q 矩陣如表 2，若某生答對第 2、3、5、7、9、11、13、14、15 題，則用向量 $X = [0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1]$ 表示。得 $Y = XQ = [1\ 1\ 3\ 0\ 2\ 1\ 0\ 4]$ ，

表 2 認知屬性的 Q 矩陣

試題	認知屬性							
	1	2	3	4	5	6	7	8
3-2-								
1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0
⋮								
15	0	1	1	0	0	0	0	0

即為學習者對每個認知屬性中有幾個考題他答對，將 Q 矩陣每行加總得 $S = [1\ 2\ 4\ 1\ 3\ 2\ 2\ 6]$ ，即為每個認知屬性出現的次數，將 Y 與 S 的各對應元素相除 $Y./S = \left[1\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{4}\ 0\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{2}\ 0\ \frac{2}{3}\right] = P$ ，即為該學習者在每個認知屬性中答對的機率值 $P = [p_1\ p_2 \cdots p_8]$ ，當 p_i 值愈高就表示該學生在第 i 個認知屬性愈精熟，愈低表示愈不清楚，如 $p_1 = 1$ ，表示認知屬性 1：會做 e 的極限操作，該生算精熟；而 $p_4 = 0$ ，表示認知屬性 4：會做三角函數的極限操作不精熟，需做適性輔導或推薦給學習教材。

4. 研究結果與分析

目前我們完成設計有六個單元，如表 3，共有 245 題，難易度 3、2、1 分別佔 12%、41%、

47%，難的題目較偏少，表 4 中發現學生平均答對率為 45%，表示題目整體來看應該適中，

而在題目難易度的評估上，每個單元老師的評估多低於學生的測量難度，表示老師都高估學生的能力了，特別高估的比率平均約 7%，而特別低估的題目全部只有 1 題，這些對應題目的難易度我們必須做調整。整體而言，目前的這些題目對學生是偏難的。

表 3 單元題數及難易度

單元	認知能力數	試題數	難 3	中 2	易 1
1-1 基本函數的認知操作	7	43	4	14	25
2-1 極限與連續的認知操作	8	50	9	20	21
3-1 導數觀念的認知操作	8	50	4	24	22
3-2 導數運算的認知操作	8	60	7	29	24
4-1 一階、二階導數的認知操作	8	22	2	8	12
4-2 導數應用的認知操作	8	20	4	5	11

表 4 比較答對率及特別高估比率

單元	平均答對率	老師評估難度	學生作答難度	特別高估比率	需調整題數
1-1	54%	1.51	1.77	0.02	1
2-1	49%	1.76	2.04	0.08	4
3-1	50%	1.64	1.98	0.1	4
3-2	39%	1.72	2.28	0.08	6
4-1	45%	1.55	2.05	0	0
4-2	39%	1.65	2.25	0.15	3

表 5 學生能力分組

測驗單元	低學業能力組	中學業能力組	高學業能力組	顯著差異性
1-1	27.92	55.35	76.77	0.000
2-1	36.04	47.67	58.49	0.000
3-1	36.00	49.31	64.89	0.000
3-2	22.71	34.09	47.10	0.000
4-1+4-2	28.79	40.57	46.32	0.003

若我們以第一次測驗成績當基準，因第一單元為基本函數，較能反映出學生原本的數學能力，依學生能力表現分三組，前 30% 為低學業能力組，後 30% 為高學業能力組。在我們目前用一般教材教學的評估上，利用單因子變異數分析 (one-way ANOVA) 與 Scheffe 多重比較程序來檢驗三組之間的差異性，發現三組在各測驗中均有顯著差異， p 值 ≈ 0.00 ，表示目前的教學方法對三組的能力表現還是相同。

5. 結論

當我們電腦適性化微積分學習平台的測驗試題與教材及平台設計完成後，相信對學生學習的提升會有很大的幫助。就現在實施一般教材教學的測驗上，對各組學生能力表現的統計還看不出有變化。另外，在難易度的評估上可藉由 Rasch 模型來獲得較精準的值。

參考文獻

- 傅遠智 (2015)。 <http://www.tekezgo.com/index.php?do=news&act=detail&id=643>.
- Huebner, (2010). Cognitive diagnostic computer adaptive assessments. *Journal of Educational Measurement*, 46(3), 293-313.