

課堂學習研究報告：優化異分母分數的教學

梁志強博士 香港教育學院數學系

本文旨在透過課堂學習研究個案，詳述教師在處理異分母分數教學的優化改變。參與是項課堂學習研究的學校，原本提出針對小學四年級異分母分數的加減作為探究課題，此課題是老師認為該校學生甚難掌握的數學概念。經過早期預備會議討論後，參與的老師理解到，若要學生學好異分母分數的加減，必須先讓學生明白通分的意義，繼而令學生探究出通分的技巧。在集體設計教學活動的過程，老師跳出了課本的框框，安排讓學生探究的活動。透過是項研究，老師掌握了課題的關鍵特徵，優化了異分母分數的教學，學生的學習過程富啟發性，為異分母分數的加減奠下穩固的基礎。

引言

是項“課堂學習研究”個案，是優質教育基金贊助香港教育學院院校協作與教學實踐發展中進行創展協進計劃的其中一間學校實踐過程和反思。進行課堂學習研究的基本步驟包括：

1. 選舉研究課題（可選擇學生較難掌握的課題或教師認為某一課題是所有學生必需掌握的）；
2. 設計前測（從而可知道學生對這課題的理解有多少）；
3. 分析前測的結果，並利用這些資料設計教學計劃；
4. 實踐教學；
5. 檢討教學的過程及其成效；

6. 修定教學計劃；
7. 實踐修定了的教學計劃；
8. 檢討第二次實踐教學的過程及其成效；
9. 訪問學生 (從而知道學生對課題的理解情況) ；
10. 後測；
11. 資料分析；
12. 分享成果。

透過課堂學習研究，教師的專業得以提升，學生能夠更容易掌握學習，提高對學習的興趣，從而建立教學嚴謹、協作、創新及同儕互助文化的學校。

參與是次研究的一所資助小學，位於新界，校風純樸。實驗對象是小四學生，共兩班，每班約 30 人。

選擇實驗課題

參與是項課研的學校，原本提出小學四年級的「異分母分數的加減」作為探究課題，此課題是老師認為該校學生甚難掌握的數學概念。為了理解學生的學習困難，老師進行初步探討，訪問了該校的小五學生。由於這些學生去年已學習異分母分數加減，他們的意見是很值得參考的。據老師分析，最多的學生意見是：

1. 比同分母分數之加減法難很多；
2. 不明白為何要「通分」。

第一個意見很容易理解。解同分母分數加減的技巧比較簡單，分母不變，將分子相加或相減便得初步結果，再將初步結果化簡便行。

異分母分數加減的步驟較多：通分母、擴分、再應用已有知識（同分母加減）。故此學生覺得比同分母分數加減難是可以理解的。

至於小五學生的第二個意見，不明白為何要「通分」，反映學生對「不明」的概念不容易接受，就算老師灌輸了技巧（例如，找異分母的 LCM），學生仍不滿足，還想了解「通分」的意義。

回應小五學生的意見，老師的初步建議是

1. 用口述 + 圖解去解釋；
2. 強調通分即「求 LCM」。

這些初步建議紮根於課本內容和老師的教學經驗，四年級學生完成了同分母加減法後，下一個分數課題便是異分母加法。但經過詳細討論後，各位老師同意為了讓學生明白通分的意義，這次教學設計須跳出課本框框，與學生討論異分母分數加法之前，先以「減」來引入「通分」的意義。

擬定教學內容

經過詳細討論，老師們對是次課堂學習研究課的關鍵特徵達致共識，認定為「通分的意義」和「通分的方法」，並擬定教學目標為：

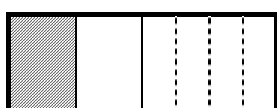
完成本課後，學生能夠

1. 說出通分的意義；
2. 懂得通分的方法；
3. 利用通分去分辨異分母分數的大小；
4. 算出兩個分數相差的數值。

教學內容的編定須建基於學生的已有知識。故此，大家設計了一份先導測驗，並搜集小三及小五學生的受試表現，經過分析，老師們認為需要鞏固小四學生以下概念：

1. 「等分」與分數的關係。原因是先導測驗第 2 題

根據陰影部分佔圖形的大小，在括號內填上適當的分數。



$$\left(\frac{\square}{\square} \right)$$

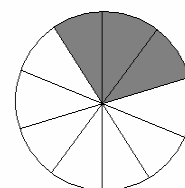
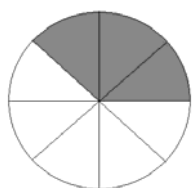
受試小三學生和小五學生答對百分率分別只有 0.00 和 50.00。

2. “>” 和 “<” 的運用。原因是先導測驗第 3 題

根據陰影部分佔圖形的大小，在括號內填上適當的分數。

a. (A 圖) ()

b. (B 圖) ()



- c. 以下哪一項是正確的？請圈出來。

- i. A 圖分數 > B 圖分數
- ii. A 圖分數 < B 圖分數
- iii. A 圖分數 = B 圖分數

受試小五學生答對百分率分別為：(a) 100.00, (b) 90.00, (c) 50.00。

是次教學內容的設計，除環繞關鍵特徵及教學目標外，還結合了其他重要元素，包括：

1. 學生已有知識；
2. 學生生活；
3. 教具運用，包括 IT；

4. 探究活動；
5. 猜想；
6. 傳意、分享。

學生的已有知識，包括比較「同分子異分母分數」的大小。他們知道「分子相同，分母愈大則分數值愈少。」學生能說出 $\frac{1}{3}$ 比 $\frac{1}{4}$ 大，但 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 相差多少，他們是不知道的。故此，以第一個問題來勾起學生的已有知識，

1. $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 哪一個分數較大？

並以第二個問題來刺激學生學習新概念是直接而有效的。

2. 它們相差多少？

在引入課題方面，老師選擇用與「數量」有關的具體活動，來引入及鞏固學生對分數的已有知識。由於實踐教學約在端午節前，鄉村學生多會在節日期間享用粽子和鮮魚，故此在發展部份，老師分別以分粽子和分魚等與學生生活有關的題材，讓學生從「數量」來比較異分母異分子分數的大小。跟着以「圖」來引入關鍵特徵：「通分的意義」和「通分的技巧」。

例子：

老師展示兩張膠片：

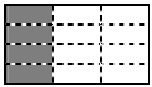


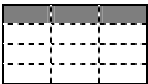
哪一個分數大呢？（學生自由回答）

相差多少？

由於 $\frac{1}{3}$ 所表達的圖形與 $\frac{1}{4}$ 所表達的外觀不一樣，沒有「共通單位」作

比較，故此，圖形不能顯示兩個分數相差多少。

透過重疊膠片活動，將一個已分 4 等分的長方形重疊上內有 $\frac{1}{3}$ 陰影的相同長方形。重疊後，，可以看到整個長方形已分成 12 小份，陰影 (即 $\frac{1}{3}$) 佔 4 小份。

同理，一張已分 3 等份的長方形疊上內有 $\frac{1}{4}$ 陰影的長方形，，得出同樣的 12 小份，陰影 (即 $\frac{1}{4}$) 佔 3 小份。由於兩個分數 (陰影部份) 已經由「共通細單位」組成，可以得知 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 相差了 1 個共通單位，是整體的 $\frac{1}{12}$ 。

重疊膠片的目的是引出尋找「共通細單位」的重要，有了「共通細單位」，我們才能找到兩個分數圖形究竟相差多少。

教學活動還配合刺激學生思考的提問，例如

「膠片重疊後， $\frac{1}{3}$ 可以看成哪個分數？」

「 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{4}{12}$ 有何關係？」

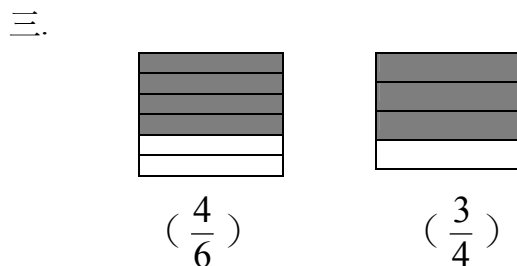
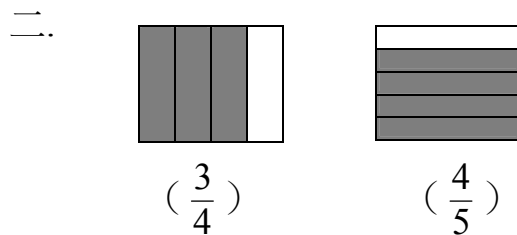
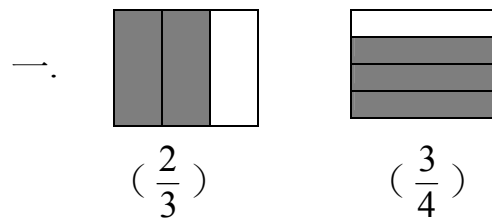
「是否必定要將已分 4 等分的長方形疊上 $\frac{1}{3}$ 的陰影上？為甚麼？」

接着是鞏固的小組活動，每組獲分派一對分數圖形，學生須自行討論及探究每對分數相差多少。

例子：

分組活動：每組派發不同分數組合 (如下圖)，著學生分組

比較大小，及找出相差數量。



安排學生探究這三對分數的差值，是協助他們理解求一個分數(例如 $\frac{3}{4}$)與其它分數的差值，必須因應對方分母而作出細分，從而求得共通細單位。第三對分數圖的安排與首兩對不同，學生若要加線求共通細單位，會有一定難度。這個設計是希望學生能運用數學思維，推理出通分的技巧，應用及解答此「難題」。

課堂實踐

教學設計分別於兩班小四學生實踐，課時一小時。於首班授課時，其他老師及研究員也列席觀課，課後並即時檢討，為下一班的教學作出改善建議。

從首班學生反應，得知他們對「分粽」和「分魚」等問題甚為接受，並能從「數量」方面比較異分母異分子分數的大小。對於關鍵特徵，學生透過找

尋 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 的差值，建立了初步概念，進行了鞏固活動後，得知要計算任意兩個分數相差多少，雙方需要因應對方分數的「分母」再作出細分，找得「共通細單位」後才能正確計算出相差多少。隨後，老師引入新的數學詞彙，補充上述過程可稱為「通分」。

首班課後檢討後，得到以下建議：

1. 課時頗為緊迫，須捨去部分內容，例如，兩個分物活動只取其
一。
2. 不宜將 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 兩塊圖像重疊，應依據 $\frac{1}{4}$ 的分法在 $\frac{1}{3}$ 的圖像再
分 4 等分，及依據 $\frac{1}{3}$ 的分法在 $\frac{1}{4}$ 的圖像再分 3 等分。這樣學生
可以清楚看見 $\frac{1}{3}$ 細分後有 12 個共通單位， $\frac{1}{3}$ 佔 4 個。
3. 解釋上述過程稱為「通分母」後，宜引導學生再次說出「通分
母」的意義。
4. 引導學生初步總結尋找通分母的基本技巧。

教學檢討

前、後測結果分析：

在每次研究課課堂結束前，學生都參加了後測(內容與前測相同)。後測共有 59 名學生參加。兩次測試的結果都有獨立分析，並作了比較。分析結果顯示，就整體來看，學生的表現有很大的進步，全級的平均答對題數由前測的 10.4 跳增至後測的 13.8，增幅達 3.4。

有兩點是值得注意的:

1. 在前測中，只有 9%的學生答對了題目 8b(即兩分數的差)，

$\frac{2}{5}$ 與 $\frac{4}{9}$ 哪一個數的數值較大？兩個分數相差了多少？

- a. $\frac{\square}{\square}$ 的數值最大； b. 兩個分數相差了 $\frac{\square}{\square}$

後測則有 68%答對了，顯示接近七成的學生已掌握計算方法和概念。這是是次研究課其中一個教學目的，有此成績，實在令人鼓舞。對比小五受試學生 50%答對該部份(先導測驗)，這次新的教學嘗試能幫助學生理解通分的概念和應用。

2. 題目 9(a,b,c)涉及三個分數的比較，答對率分別是 37%、53% 和 24%。

下列分數中，哪個數值最大，哪個數值最小？

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$

- a. $\frac{\square}{\square}$ 的數值最大；

- b. $\frac{\square}{\square}$ 的數值最小；

- c. 最大數值的比最小數值的，相差了： $\frac{\square}{\square}$

而在實際的教學中，老師沒有教授此類問題。故此，有學生能答對(c)，表示部份學生能靈活運用剛剛掌握的知識及運用適當的解難策略。

由於課程建議提升學生的探究和解難能力，老師教授此類問題時，不宜直接說出數學方法 — 求三個分母的「LCM」，宜先讓學生思考和討論，引導學生從試誤中作出猜想和歸納。

教師對研究課的反思和建議：

反思：

- a) 通過互相交流，擴闊了彼此的教學模式，從而令課程更系統化而教學內容則更為豐富；同時，可以運用不同的教學方式，令不同進度的學生均能掌握所授知識。
- b) 鞏固教授數學的技巧及相關的數學概念，並能採用靈活變化的教學方法，令學生更易明白和接收。
- c) 設計教案更有步驟、更具靈活性，並能交替使用各種不同的教學方法和技巧。
- d) 選擇學生較難明白的概念進行重點教學，而教師在完成整個課程後均有莫大的滿足感。
- e) 提議教師將是次研究討論的精神和方法繼續推廣應用至其它科目或課題。
- f) 老師有足夠的發揮機會，由顧問老師提供指南而老師則自由發揮。
- g) 這是一次學習的好機會，老師能嘗試新鮮的教學技巧和方法，而顧問老師從經驗中提出實質性的建議，並提議啟發性的活動教學，令老師獲益匪淺。
- h) 提醒自己如何針對概念而有步驟地去處理學生的學習難題。
- i) 是一次愉快的合作，老師樂於調節自己原有的教學模式，並勇於嘗試新的教學方法。

- j) 顧問老師的角色是在有需要時提出建議，與老師之間的合作是互動的，而老師有很大的發揮空間，發展完善自己的教學方法。

結語

課堂學習研究是一項有系統的教學改良行動研究。老師是研究者，透過自己的經歷、學生訪問和前測，搜集資料和數據，分析學生學習上的難點。再經過深入討論和從學科知識架構作出分析，確定難點的關鍵特徵及議定有關教學內容，實踐後作出檢討，並為下一次提供改善建議。

以此次活動為例，老師憑經驗得知小四學生較難掌握異分母加減，故提出以此為研究課題，後經老師們的資料搜集和分析，得知「通分的意義」是學生較難理解的。經過集體研究和討論，老師們決定跳出課本的框框，不以指定課題「異分母加法」開始。反以刺激學生思考的問題「 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 相差多少？」來引入「通分的意義」。

學生在課堂的認真探究和後測的表現比前測有明顯進步，令老師感到多月來種種的努力，如開會、討論、探索、備課和製作教具等都是有意義的，並強化了他們針對學習難點而作出行動研究的信念。

從老師的反思報告中看到，他們認為是次課研增進他們對教授課題的認識，並提升了教學設計和教學技巧。此外，課研能提供同儕間的合作機會，促進大家對教學的理解。老師完成整個課研後有莫大的滿足感，提議將是次研究討論和提升教學質素的精神和方法推廣應用至其他科目或課題。